Bases de l'acoustique physique et des vibrations

Examen du 10 janvier 2007

Durée : 3 heures

Les deux parties sont à rédiger sur deux copies séparées.

Au sein de chaque partie, des questions peuvent être traitées indépendamment.

Première partie : acoustique physique

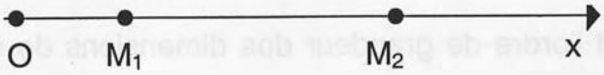
I. Propagation d'ondes

I.1.a. Rappeler la définition de l'intensité d'une onde acoustique. Pour quels types d'onde peut-on définir l'intensité ?

I.1.b. Définir le niveau acoustique d'une onde à partir de son intensité. Comment exprime-t'on le niveau lorsqu'on ne peut pas définir l'intensité ?

I.1.c. Dans le cas d'une onde plane progressive harmonique, retrouver l'expression de l'intensité en fonction de l'amplitude de la pression puis en fonction de l'amplitude de la vitesse. Laquelle de ces deux expressions reste valable dans le cas d'une onde sphérique harmonique ?

I.2. Une source S_1 suffisamment petite pour être considérée comme ponctuelle est placée en O. Elle émet une onde sphérique harmonique à la fréquence de 1 kHz. L'intensité de l'onde en M_1 situé à 10 m de O vaut $I_1 = 1 mW/m^2$.



I.2.a. Donner le niveau de l'onde au point M_1. A quelle valeur de pression ce niveau correspond-il ?

I.2.b. Calculer au point M_2 situé à 5m le niveau de l'onde ainsi que l'intensité et la pression correspondantes.

I.3. On ajoute en O la source S_2, également petite, émettant une onde sphérique harmonique à la fréquence de 1500 Hz de même puissance que S_1.

I.3.a. Quelle est la période de l'onde résultante ? L'onde est-elle harmonique ?

I.3.b. Quel est le niveau résultant en M_1 ? Tracer le spectre (en bandes d'octave) de l'onde en M_1.

I.4. Le potentiel acoustique de l'onde émise par S_1 est donné par l'expression suivante : $\varphi(r,t) = \frac{A}{r} e^{j(\omega t - kr)}$

I.4.a. Expliciter les différents termes intervenant dans cette expression.

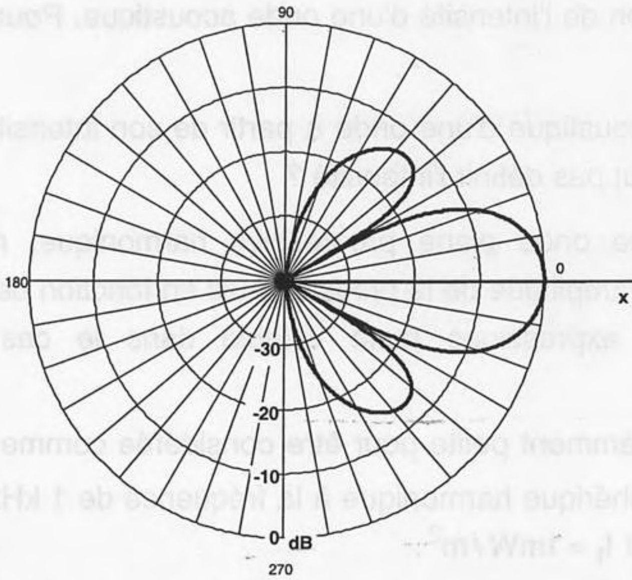
I.4.b. Établir les expressions de la vitesse et de la pression.

I.4.c. Calculer l'expression de l'impédance en fonction de l'impédance caractéristique de l'air et de k.

I.4.d. La source est une sphère pulsante de rayon $R = 1\text{cm}$. En remarquant que $kR \ll 1$, calculer l'amplitude le vitesse de la surface de la sphère. En donner la valeur numérique.

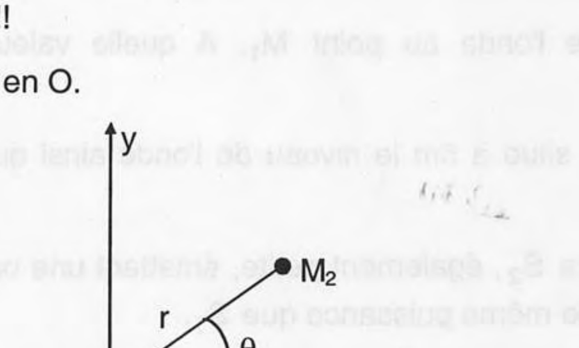
II Source sonore

On considère une source harmonique de fréquence 1 kHz dont le diagramme de rayonnement est donné par la figure ci-dessous. Le niveau à 10 m dans l'axe de la source vaut 40 dB.



II.1. Donner en le justifiant l'ordre de grandeur des dimensions de cette source. Aucun calcul compliqué n'est demandé !!

II.2. On place cette source en O.

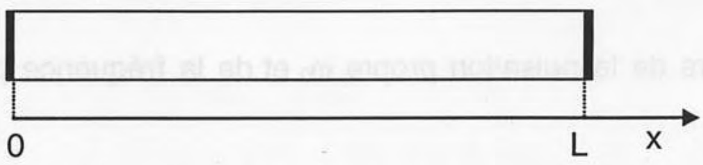


II.2.a. Quel est le niveau de pression acoustique au point M_1 situé sur l'axe de la source à la distance $r = 20m$?

II.2.b. Même question pour le point M_2 situé à la distance $r = 10m$ et $\theta = 20°$?

III. Modes d'une cavité

On considère un tuyau de longueur L et de section constante S fermé par des extrémités parfaitement rigides.



On cherche à déterminer les ondes harmoniques qui peuvent s'établir et persister dans cette cavité (modes) sous la forme de potentiels acoustiques : $\varphi(x,t) = f(x)e^{j\omega t}$.

III.1. Pourquoi peut-on utiliser l'équation de propagation : $\dfrac{\partial^2\varphi}{\partial x^2} - \dfrac{1}{c^2}\dfrac{\partial^2\varphi}{\partial t^2} = 0$ qui a été établie pour la propagation en milieu libre ?

III.2. Etablir l'équation que doit vérifier f. Déterminer la forme générale de f.

III.3. Dans le cas où les extrémités sont parfaitement rigides, quelles conditions cela implique t'il pour la vitesse ou pour la pression en $x = 0$ et $x = L$? En déduire les conditions sur f.

III.4. Montrer alors que la pulsation ω ne peut prendre que certaines valeurs et donner l'expression réelle du potentiel des modes pouvant s'établir dans la cavité.

Deuxième partie : Vibrations (1h)

Document autorisé : Polycopié

En utilisant un modèle à un degré de liberté on étudie les vibrations d'une machine industrielle. La machine en question, de masse M = 7000 kg, est montée sur une dalle rigide par l'intermédiaire de 4 plots de caoutchouc.

La charge étant uniformément répartie sur les 4 plots, ceux-ci présentent à l'équilibre statique de l'ensemble (lorsque la machine ne fonctionne pas) un écrasement $\Delta = l - l_0 = 5$ mm.

1 - En déduire la raideur *K* de l'ensemble et celle, notée *k*, d'un plot de caoutchouc. On prendra g = 10 m/s²

2 – Calculer les valeurs de la pulsation propre ω_0 et de la fréquence propre f_0 de la machine suspendue.

II.1. Oscillation libres

Dans un premier temps, on néglige l'amortissement des plots de caoutchouc

On note x(t) la position de la machine par rapport à sa position d'équilibre statique.

A l'instant initial la machine est déplacée à la position $x_0 = 1$ mm et libérée avec une vitesse nulle.

3 - Décrire son mouvement et exprimer x(t).

4 – Donner les expressions de la vitesse v(t) et de l'accélération a(t) de la machine. Donner les valeurs numériques de leur amplitude V et Γ.

5 – Exprimer l'énergie E(t) du système vibrant, montrer qu'elle est constante et calculer sa valeur numérique.

Désormais on considère l'amortissement des plots de caoutchouc.

On souhaite qu'au bout de 10 oscillations libres, l'amplitude du mouvement de la machine soit divisée par 10.

6 – En déduire la valeur du décrément logarithmique δ.

7 – En utilisant l'expression approchée de δ en fonction du facteur d'amortissement ξ, en déduire la valeur de ξ.

8 – Calculer C.

II.2. Oscillation forcées

La machine étudiée est une machine tournante entraînée par un moteur dont on note Ω la vitesse de rotation. En présence d'un léger déséquilibre du rotor, la machine subit une force harmonique de la forme

$$F(t) = F_0 \cos(\Omega t)$$

9 – Rappeler (ou établir à partir de l'équation du mouvement forcé) l'expression de l'amplitude et du déphasage de la réponse permanente de la structure *amortie* à cette excitation.

10 – Donner en tours par minute la vitesse de rotation critique Ω_c du moteur d'entraînement.

Toutes les applications numériques sont faisables « à la main ». On attend des valeurs approchées en unités SI.

On donne les valeurs particulières suivantes : $\sqrt{2000} = 44.72$ *et* $\ln(10) = 2.3$